PREDICTION DE DUREE DE VIE

Claude ROBIN
Ecole des Mines de Douai
Mai – décembre 2010

Prédiction de la durée de vie

- Introduction
- Les chargements
  - Amplitude constante
  - Blocs programmés
  - Chargement aléatoire
- Domaine de l'endurance
  - Critères de fatigue
  - Lois d'endommagement
- Domaine de la fissuration
  - Intégration de la loi de Paris
  - Essais sous chargement aléatoire
  - Quelques modèles
- Mais encore….

Introduction

- Intérêt d'utiliser des méthodes de prédiction
  - Les calculs sont moins coûteux que les essais
  - Ils sont plus rapides et on peut faire varier les paramètres facilement
  - Ils permettent une conception plus rapide et plus fiable

- **Danger** : ne pas oublier la validation par l'expérience
  - On peut faire des calculs faux

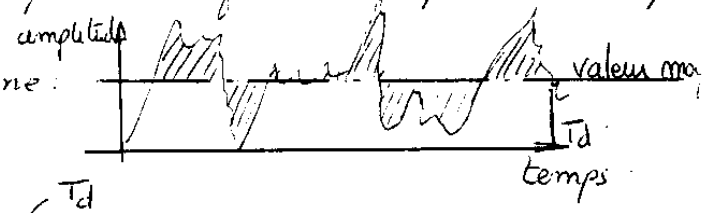
cas des chargements réels

- chargement relevé par jauges d'extensométrie judicieusement placées et pendant un temps suffisant pour être représentatif

- Il existe des types de chargements normalisés pour l'aviation militaire, l'aviation civile, le transport routier, les plates-formes pétrolières…

Signal analogique → fonction amplitude - temps

- valeur moyenne :



$$m = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} x(t)\, dt$$

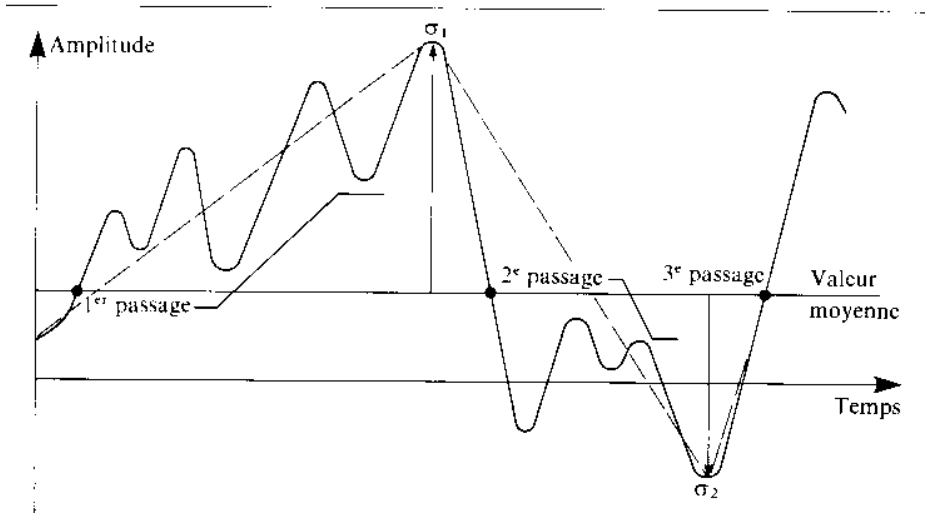
Analyse des sollicitations en service

- Méthodes de comptage : elles permettent de limiter le nombre de cycles et de reproduire le chargement lors d'essais de caractérisation.

- Trois types sont possibles :
  - Le comptage repère les maxi et les mini.
  - Le comptage consiste à mesurer chaque étendue comprise entre un maxi et un mini.
  - Le comptage est déclenché chaque fois que le signal franchit un niveau donné dans le sens croissant ou décroissant

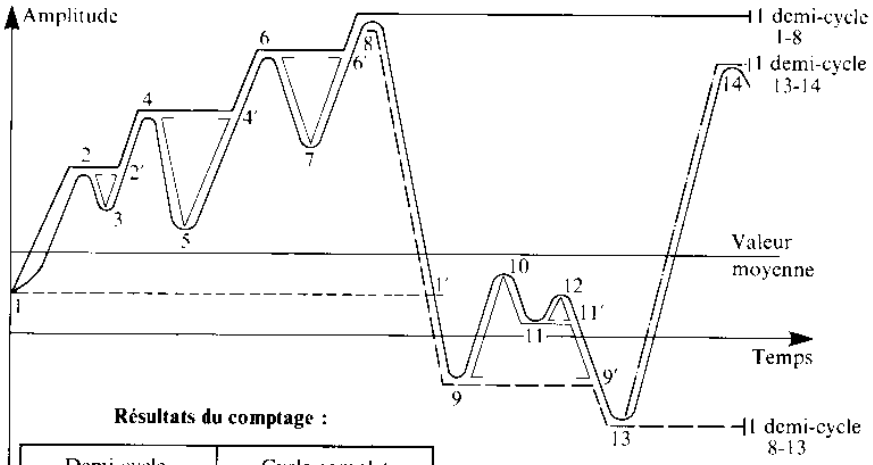
Quelques exemples de méthodes de comptage

comptage du nombre de passages à la valeur moyenne



Quelques exemples de méthodes de comptage

- Méthode de comptage des étendues en cascade (rain flow)



Résultats du comptage :

Demi-cycle	Cycle complet
1-8 13-14 8-13	2-3-2′ 4-5-4′ 6-7-6′ 9-10-9′ 11-12-11′

Analyse des chargements identifiés

- analyse

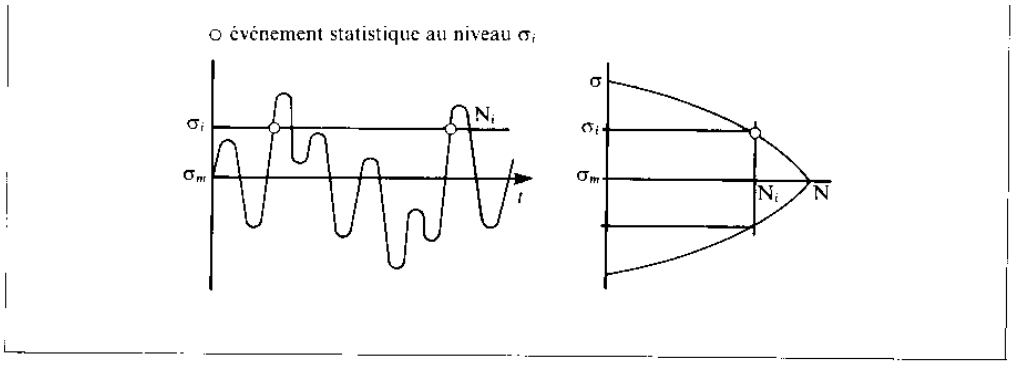
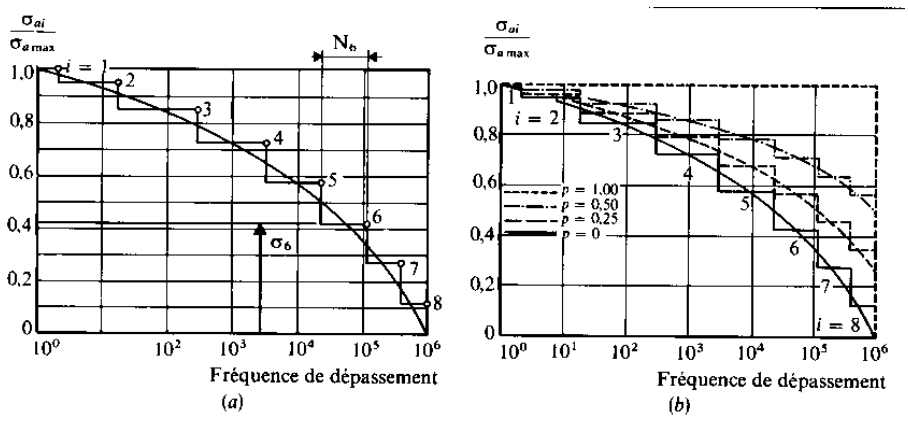


FIG. 35. – *Détermination d'une distribution des amplitudes de contrainte suivant le comptage des dépassements de niveau.*

Le collectif de charge représente l'évolution du nombre d'événements statistiques en fonction des niveaux
Le cumulatif représente le nombre de points M_i situés sous la tranche d'amplitude A_i

Analyse des chargements identifiés

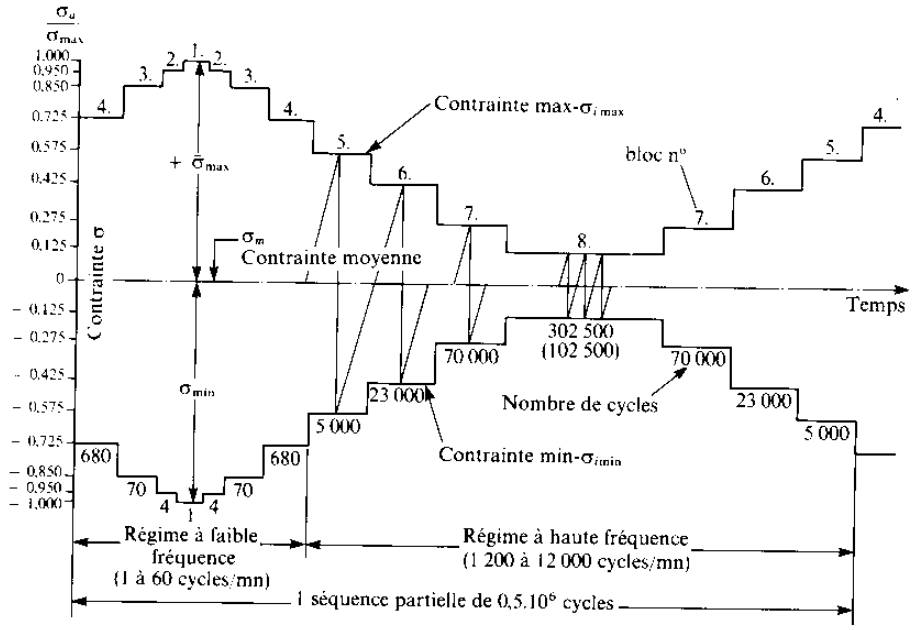
- Collectifs et cumulatifs de charge



Utilisation du cumulatif de charge que l'on découpe en escalier, permettant ainsi de définir différents niveaux de chargement

Méthode des blocs programmés

- Essais simulant le chargement réel

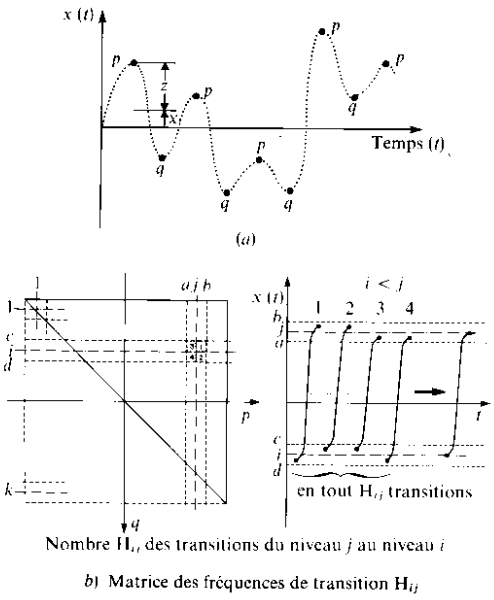


Les chargements

- Méthode des extremums en séquence aléatoire

Tirage au hasard de maxi et mini.

Soit une suite d'extremums, où p et q sont des extrémums consécutifs. L'axe des contraintes est divisé en 2n classes de largeur constante et on obtient une représentation matricielle des probabilités de transition du niveau i au niveau j.



Les critères de fatigue

- Un critère de fatigue permet de savoir si, en fonction des conditions de sollicitation imposées, il y aura ou non amorçage d'une fissure dans la structure.
  - Si pour tout point M appartenant à la structure :
    $E(M) < E_c$ pas d'amorçage
  - S'il existe un point M tel que :
    $E(M) \geq E_c$ il y aura amorçage
- E_c représente l'endommagement critique
- E(M) caractérise l'état de l'endommagement de la structure en M
- On distingue deux grandes familles de critères
  - Les critères locaux
  - Les critères globaux

Les critères locaux

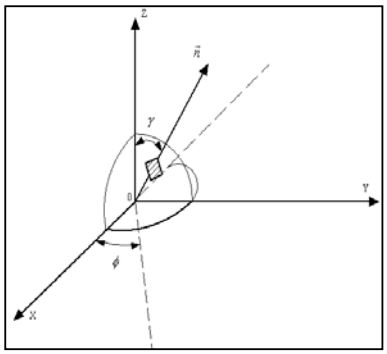
- Ils sont basés sur la détermination, pour l'ensemble de la structure, de la facette pour laquelle l'endommagement est maximal.

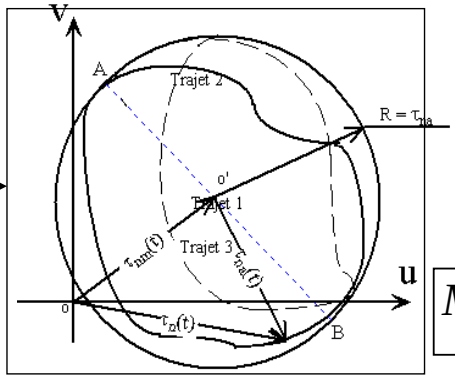
- Cette facette correspond au plan critique (noté Pc)
  - Critère de Dang Van
  - Critère de Findley
  - Critère de Mac Diarmid
  - Critère de Robert

Critère du type plan critique

- définitions

$$\max_n (\tau_{na})$$





$$\max_n (E_n)$$

At each point exploration of plans

Cut off the space in a defined number of plans

Exemple, le critère de Dang Van : cas de l'endurance illimitée

- Principe : L'amorçage des fissures de fatigue est un phénomène microscopique qui se produit à l'échelle du grain ou de quelques grains. Ce critère fait donc intervenir dans sa formulation les champs de contrainte microscopiques. Ceux-ci sont ensuite exprimés en fonction des grandeurs macroscopiques accessibles à l'ingénieur

- Dans le cas d'un chargement cyclique situé au voisinage de la limite d'endurance, on peut considérer que le grain tend vers un état limite adapté. Dans ces conditions et selon Dang-Van, les quantités microscopiques qui gouvernent la tenue en fatigue des structures sont :
  - Le cisaillement local $\tau(t)$
  - La pression hydrostatique $p(t)$

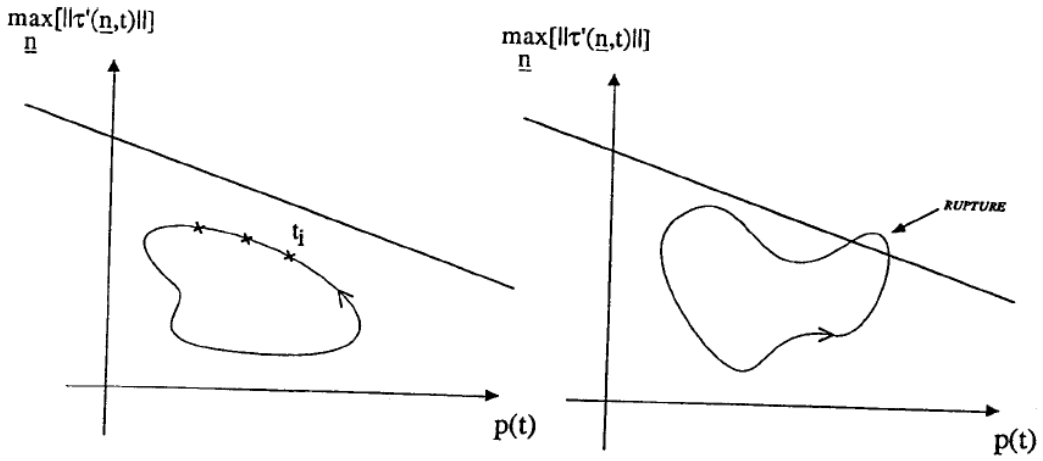
- Le critère de fatigue s'écrit : $\tau(t) + a.\ p(t) \leq b$
  - a et b sont des caractéristiques du matériau déterminées à partir d'essais de fatigue uniaxiaux

- Les contraintes microscopiques locales s'expriment en fonction des contraintes globales et le critère s'écrit

$$E(M) = \max_{\vec{n}}\left(\max_{\vec{t}}\left\{\frac{\vec{C}_{alt}(M,t) + a.P(M,t)}{b}\right\}\right) \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l}\tau(t) = C_{al}(M,t) \\ p(t) = P(t)\end{array}$$

Application du modèle de Dang Van

- Ce calcul nécessite donc de déterminer en tout point M de la structure, et pour chaque normale , le rayon R(M) du plus petit cercle circonscrit au trajet de $C_{al}(M,t)$



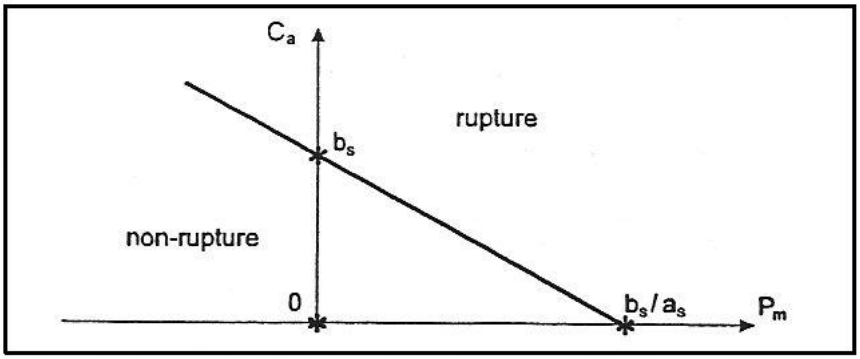
Les critères basés sur une approche globale

- Ces critères ont une formulation qui est qualifiée de globale car elle prend en compte les indicateurs d'endommagement relatifs à toutes les facettes contenant le point où est effectuée l'analyse.

- Par rapport aux critères locaux, ils permettent une réduction importante des calculs car ils ne nécessitent pas la recherche d'un plan critique
  - Critère de Sines
  - Critère de Crossland

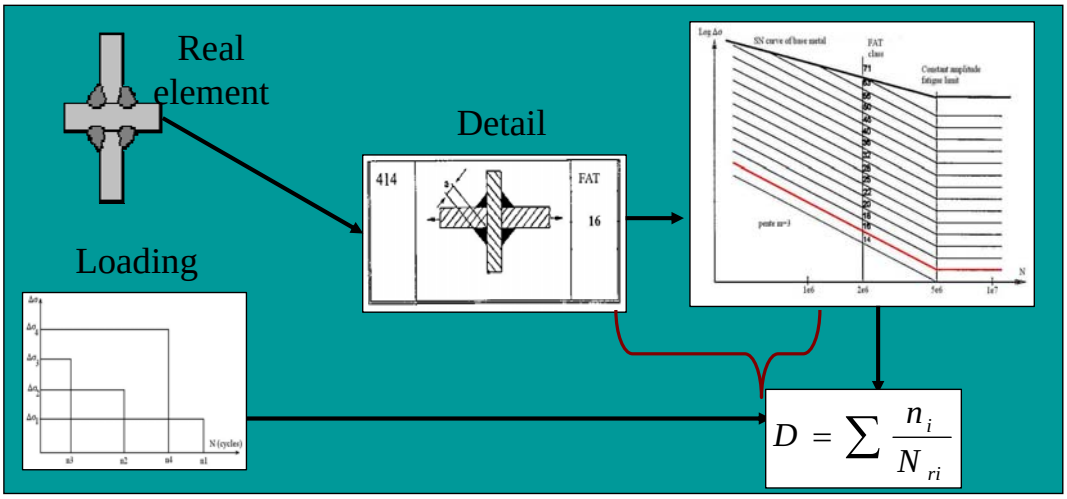
Le critère de Sines

- Sines définit une contrainte équivalente, σ_{eq} sous la forme d'une combinaison linéaire entre le second invariant du tenseur déviateur des contraintes et la valeur moyenne de la pression hydrostatique I_m
  - Le critère s'écrit $$\sigma_{eq} = \sqrt{J_{2a}} + \alpha . I_m$$

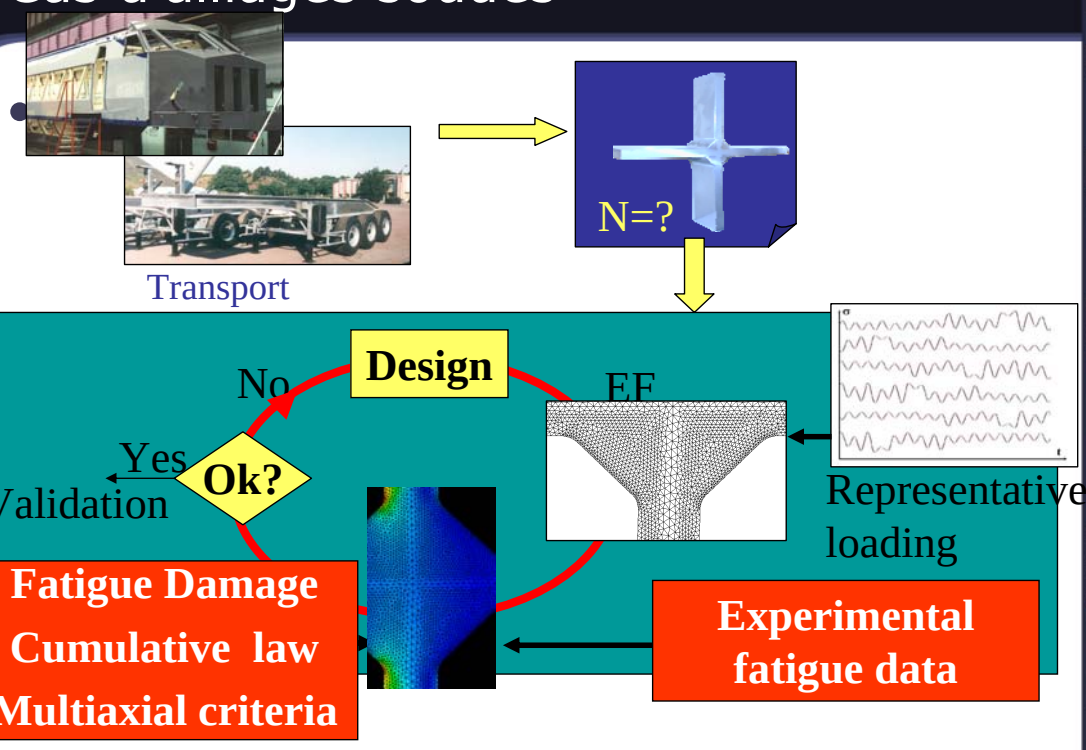


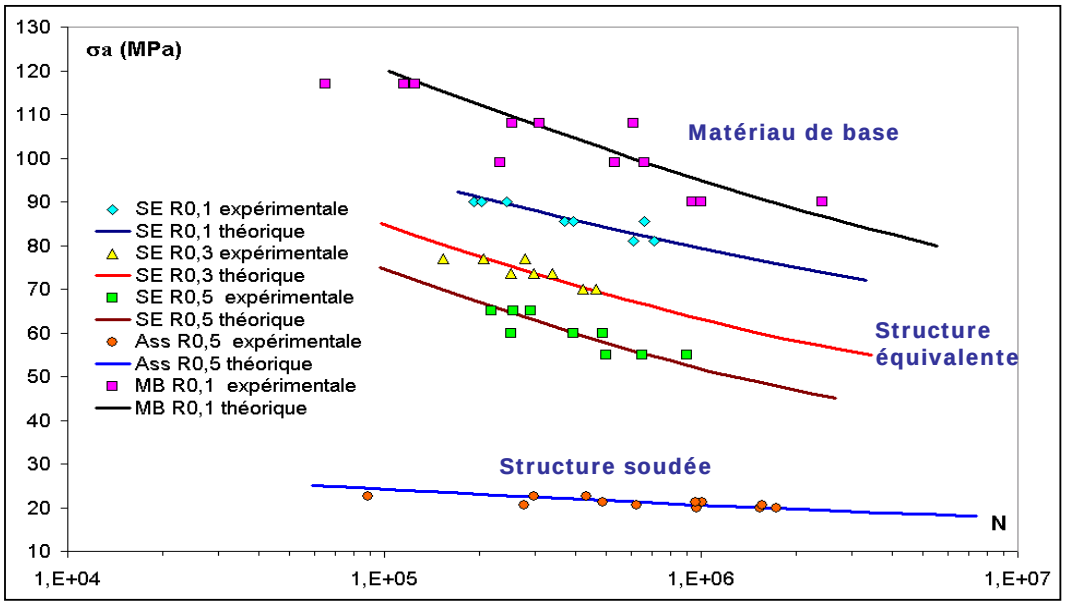
Exemple : cas des joints soudés

- Recommandations de l'Institut International de la Soudure

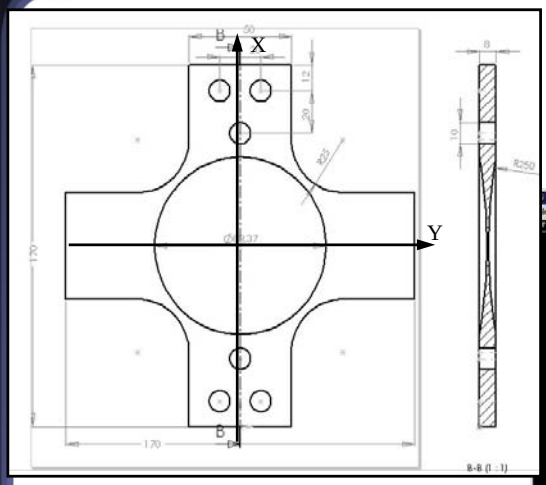


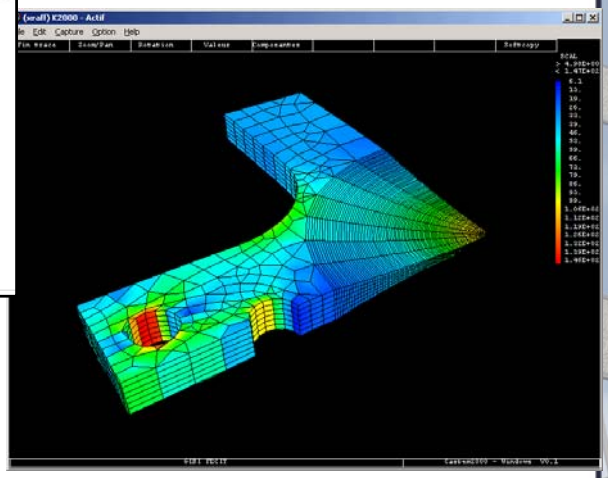
Cas d'alliages soudés





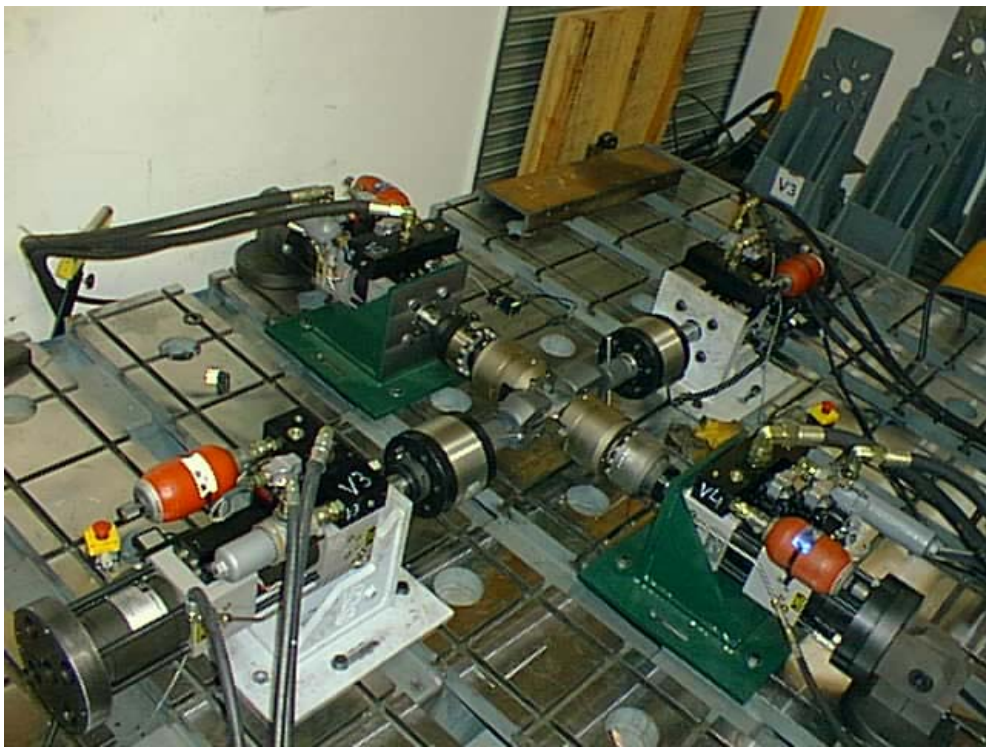
Comportement à la fatigue du matériau de base, de la structure équivalente et de la structure soudée sous chargement uniaxial





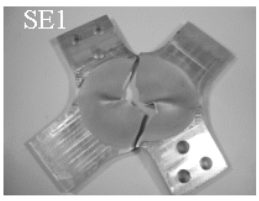
Géométrie de l'éprouvette

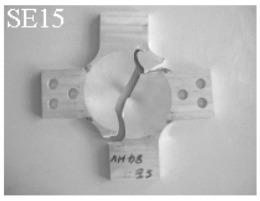
Résultats du calcul par éléments finis

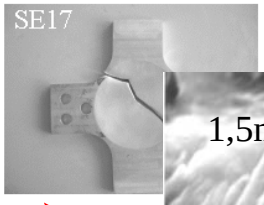


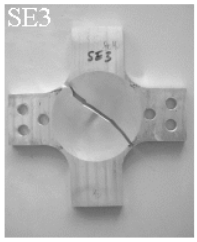
Essais biaxiaux

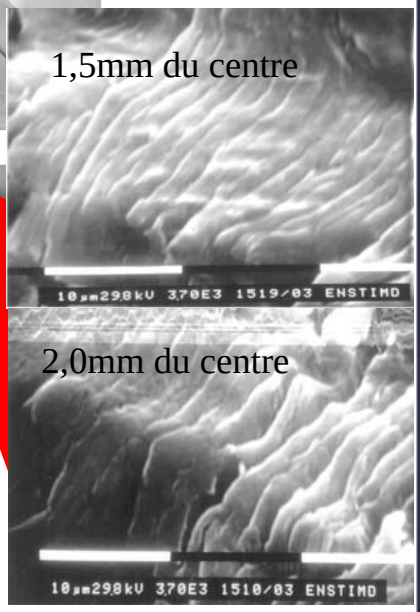
Résultats des essais biaxiaux



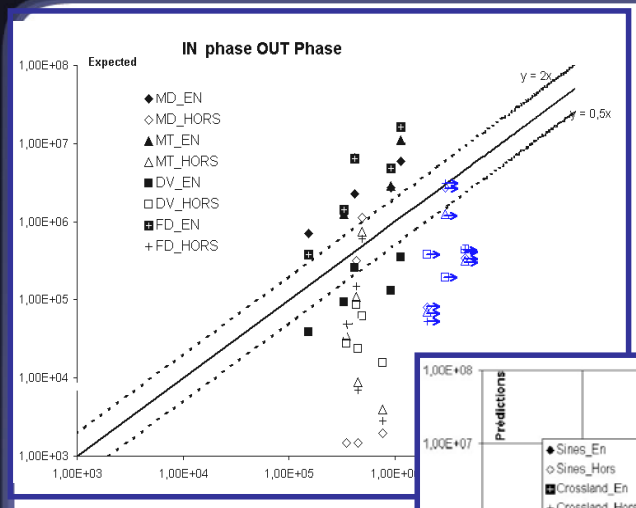


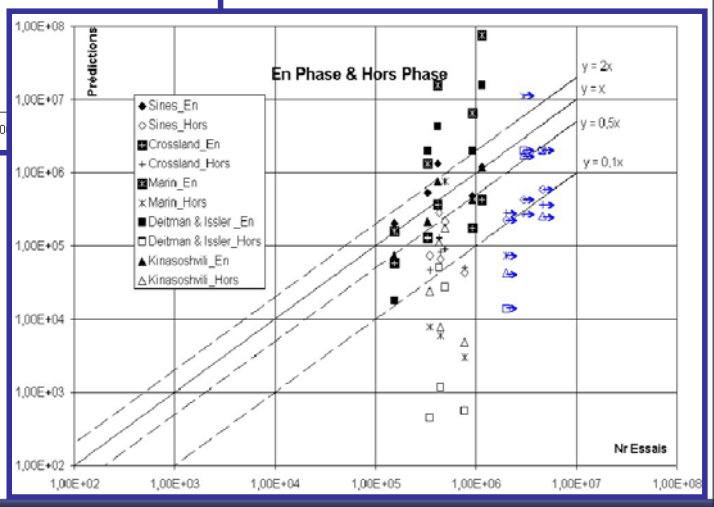






Validation des critères





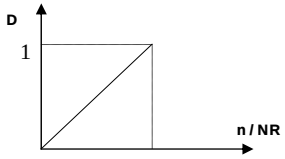
Prévision de la durée de vie à l'amorçage

- L'endommagement par fatigue décrit l'évolution des phénomènes entre l'état initial d'un matériau (dépourvu de fissure) et l'amorçage d'une fissure macroscopique (de 0,1 à 1 mm pour les métaux ; au-delà c'est le domaine de la fissuration)

- Les paramètres d'endommagement les plus utilisés sont :
  - La fonction de vie (Miner)
  - La surface effective (Lemaitre- Chaboche)
  - La déformation plastique cumulée (Papadopoulos)
  - L'énergie de déformation (Ellyin)

La loi de Miner

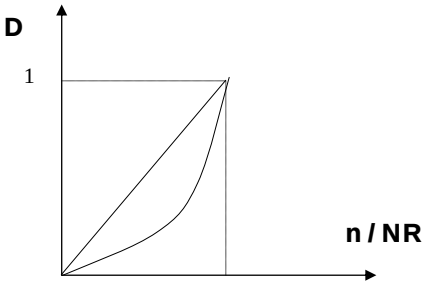
- Paramètre d'endommagement : $D_i = \frac{N_i}{N_{Ri}}$
  - N_i = nombre de cycles effectués avec un chargement donné pour lequel le nombre de cycles à rupture serait N_{Ri}
- Loi de cumul du dommage : $$D = \sum_i \frac{Ni}{N_{Ri}}$$
- Condition de rupture : D = 1



- C'est une loi de **cumul linéaire** du dommage
  - La loi rend compte du fait que les niveaux de contrainte inférieurs à la limite d'endurance sont supposés non endommageants
  - Problème : l'endommagement ne dépend pas de l'ordre d'application des charges ; les premiers cycles endommagent de la même manière que les derniers.

La loi de Miner modifiée

- Dommage de Miner modifié



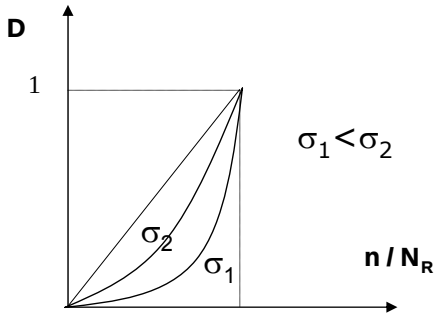
$$D_i = \left(\frac{n_i}{N_{Ri}}\right)^x$$ avec x ≥ 1

Les derniers cycles sont plus endommageants que les premiers

problème : il est rarement vrai que x soit indépendant de i

Loi de Miner modifiée

- Dommage de Marci et Starkey



$\sigma_1 < \sigma_2$

$$D_i = \left(\frac{n_i}{N_{Ri}} \right)^{x_i}$$

avec $x_i \geq 1$

Plus la contrainte est faible et plus les cycles au départ sont non endommageants

Choix d'une règle de cumul :
- Linéaire : $D = \Sigma D_i$; rupture quand D = 1
- Loi à nombre de cycles équivalents : on applique n_1 cycles au niveau σ_1 générant un dommage D_1

Pb : déterminer le nombre n_2 de cycles qu'on peut appliquer au niveau σ_2 avant rupture

La loi de Lemaitre Chaboche

- Définition de l'endommagement : $D_n = \frac{S_D}{S}$
  - S : aire d'une section d'un élément de volume endommagé de normale n .
  - S_D : aire totale des traces des défauts (cavités, fissures).
  - D_n mesure mécanique de l'endommagement local relatif à la direction n.
- La contrainte effective $\tilde{\Sigma}$ représente la contrainte rapportée à la section qui résiste effectivement aux efforts.
- cas d'un endommagement isotrope *D =Dn*

$$\tilde{\Sigma} = \frac{\Sigma}{1-D}$$

La loi de Lemaitre Chaboche

- Loi de cumul non linéaire du dommage.

$$\delta D = \left[1-(1-D)^{\beta+1}\right]^{\alpha}.\left[\frac{\Sigma_x}{M_0(1-b\Sigma_m)(1-D)}\right]^{\beta}.\delta N$$

D : dommage représentant l'état actuel du matériau
∂D : accroissement de dommage dû à ∂N
Σ_a : amplitude de contrainte du cycle considéré
Σ_m : contrainte moyenne du cycle considéré
β, M_o et b : constantes liées au matériau
α : paramètre dépendant du chargement et du matériau

L'évolution du dommage est fonction de l'état de contrainte appliqué et de l'état d'endommagement de la structure.

Fissuration : intégration de la loi de Paris

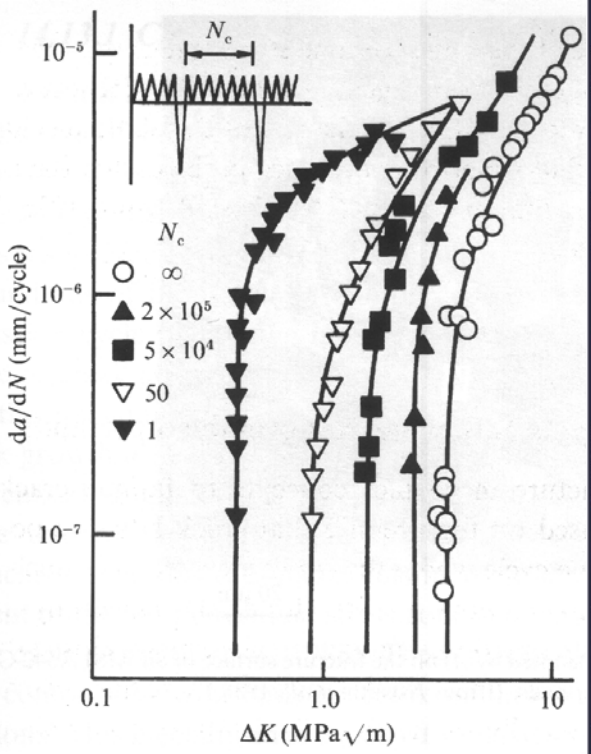
- Exemple

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \qquad N = \frac{1}{C(\Delta\sigma)^m}\int_{a_0}^{a_c}\frac{da}{(\beta\sqrt{\pi a})^m}$$

- L'intégration de la loi de Paris donne généralement une durée de vie trop conservative
  - Car le chargement à amplitude constante n'est pas représentatif d'un chargement réel

Essais sous chargements aléatoires

- Utilisation d'un chargement plus représentatif
  - Application temporaire de pics de surcharge en traction ou compression
  - Blocs programmés
  - Chargement aléatoire
- Détermination de la loi de Paris associée



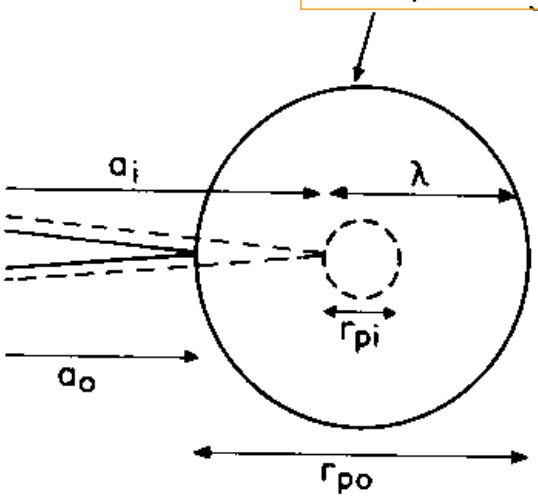
Quelques modèles

- Ils prennent en compte l'histoire du chargement
  - en proposant de déterminer une valeur effective du F.I.C.
  - En tenant compte des zones plastifiées
  - En déterminant un champ de contrainte et (ou) de déformation local
- Calcul de progression de la fissure cycle par cycle et donc calcul numérique

Exemple de modèle

- Modèle de Wheeler

Zone plastifiée de surcharge



a_o : Longueur de fissure à l'application de la surcharge

r_{pi} : taille de zone plastifiée due au chargement de base

r_0 : taille de zone plastifiée due à la surcharge

$$\left(\frac{da}{dN}\right) \text{après surchage} = \phi\left(\frac{da}{dN}\right) \text{amplitude constante}$$

Modèle de Wheeler

- Détermination du facteur de retard Φ

$$\phi = \left(\frac{r_{pi}}{a_o + r_{po} - a_i}\right)^m \quad \text{si} \quad a_i + r_{pi} < a_o + r_{po}$$

$$\Phi = 1 \quad \text{si} \quad a_i + r_{pi} \geq a_0 + r_{p0}$$

m : facteur déterminé de façon empirique

Le modèle de Wheeler prédit un retard à la fissuration jusqu'à ce que que la zone plastifiée courante vienne tangenter la zone plastifiée de surcharge

Prédiction de la durée de vie

- Beaucoup reste à faire….
  - Pour bien prendre en compte le matériau et ses caractéristiques
  - Pour bien maîtriser le procédé d'élaboration et connaître les défauts
  - Pour bien prendre en compte un chargement représentatif
  - Pour proposer des modèles corrects tout en restant simples d'application
- Pas de généralisation possible encore aujourd'hui

Mais encore….

- Cas des fissures courtes : passage de l'amorçage à la propagation
- Modes mixtes : fissuration en modes II, III, I + II, I + III
- Influence du milieu : corrosif, température….
- Amorçage à partir d'entailles

Merci de votre attention…

Claude ROBIN
claude.robin@mines-douai.fr